

CONTROLE CONTINU D'ALGÈBRE LINÉAIRE

Niveau

Niveau 2

Durée: 02 heures

Exercice 1 En utilisant la méthode Gauss-Jordan, déterminer l'inverse de la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 Trouver le rang de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -1 & 2 & -3 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice A est-elle "plein rang" ?

Exercice 3 On considère les matrices suivantes:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et } I_4$$

- Calculer J^2 et montrer que A et J commutent.
- Calculer J^{-1} .
- Exprimer $(A + 2I_4 + 3J)^2$ en fonction de $A + 2I_4 + 3J$. En déduire qu'il existe deux constantes réelles α et β telles que $A^2 + \alpha A + \beta I_4 = 0_{4 \times 4}$.
- Montrer que A est inversible et calculer A^{-1} .